THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN HỢP THỂ CHO KHIỂN HỆ PHI TUYẾN RỜI RẠC – LIÊN TỤC

DESIGN OF AGGREGATE CONTROLLER FOR NONLINEAR DISCRETE - CONTINOUS SYSTEMS

Th.S Lương Văn Lăng, TSKH Hồ Đắc Lộc.

Khoa Điện - Điện tử , Đại học Bách khoa, Tp. Hồ Chí Minh, Việt nam

TÓM TẮT

Bài báo này nghiên cứu áp dụng một phương pháp tổng quát mới để thiết kế bộ điều khiển cho một lớp các hệ thống động học phi tuyến lai rời rạc liên tục – đó là phương pháp thiết kế bộ điều khiển hợp thể. Phương pháp này nhằm xác định quy luật điều khiển rời rạc tối ưu để đưa điểm biểu diễn từ một điểm ban đầu với những điều kiện ban đầu bất kỳ đến một vùng đa tạp cho trước rồi giữ cho nó ở trong vùng này khi tiếp tục chuyển động đến vị trí cân bằng. Bài báo cũng nghiên cứu đề ra điều kiện ổn định của hệ. Kết quả ví dụ áp dụng vào một hệ phi tuyến cụ thể và mô phỏng trên MATLAB chứng tỏ phương pháp đề ra là hoàn toàn khả thi và quy luật điều khiển tìm được đảm bảo cho hệ ổn định và thỏa mãn những yêu cầu tối ưu chất lượng đề ra.

ABSTRACT

This article investigates the application of a new comprehensive approach to design controller for dynamic nonlinear discrete continuous systems – the aggregate controller approach. This method is applied to determine the optimal discrete control law to move an operating point from its initial position with unspecified conditions to a given assorted field then maintain it in this field while it continues to move to its equilibrium potision. The article also proposes stability conditions for the system. The results of the example are put into a particular nonlinear system and simulated on MATLAB to verify that the proposed method is feasible and the computed control law ensures system stability and satisfies given optimal performance index.

1. GIỚI THIỆU

Để đáp ứng yêu cầu ngày càng cao của khoa học, công nghệ và thực tế sản xuất, lý thuyết điều khiển các hệ phi tuyến lai rời rạc – liên tục cũng phát triển không ngừng. Nhiều nhà nghiên cứu lý thuyết đã tìm tòi và đã đưa ra nhiều phương pháp, nhiều cách giải để giải bài tóan điều khiển đối tượng động phi tuyến. Tuy nhiên theo các công trình đã công bố thì chưa có công trình nào nghiên cứu tổng quát để giải một lớp các đặc tính phi tuyến mà chỉ giải cho từng bài tóan cụ thể. Trong số những người đi đầu đề ra những phương pháp nghiên cứu mới có nhà bác học người Nga, trường Đại học Kazan, A.A. Kolesnikov.[1]. Nhà bác học này đã đưa ra một phương pháp thiết kế mới : Phương pháp bất biến hợp thể thiết kế hệ điều khiển phi tuyến rời rạc-liên tục dựa trên cơ sở của vùng đa tạp bất biến cho trước theo trường phái lý thuyết mới gọi là “ *The synergetics theory of control* ” .Giả sử ta có đối tượng điều khiển :

$$\dot{x}_j(t) = f_j(x_1,...,x_n), \qquad j = 1,2,...,n-1$$
$$\dot{x}_n(t) = f_n(x_1,...,x_n) + u$$

Ta phải tìm quy luật điều khiển $u(x_1,...,x_n)$ để đưa đối tượng này từ trạng thái ban đầu $(x_{10},....,x_{n0})$ tới một vùng đa tạp cho trước $\psi(x_1,...,x_n) = 0$ và sau đó đảm bảo nó tiếp tục chuyển động theo $\psi = 0$ tới điểm gốc toạ độ của không gian trạng thái $(x_{1k} = x_{2k} = ... = x_{nk} = 0)$. Giải bài toán này chia làm 2 giai đoạn .Giai đoạn thứ nhất là đảm bảo chuyển động ổn định tiệm cận của điểm biểu diễn đến vùng đa tạp cho trước và sau đó là chuyển động dọc theo vùng đa tạp đó đến điểm gốc toạ độ. Trong bài báo này sẽ nghiên cứu áp dụng cụ thể lý thuyết này vào bài toán thiết kế bộ điều khiện hợp thể cho hệ phi tuyến rời rạc liên tục.

2. ĐẶT BÀI TOÁN

Cho hệ phương trình mô tả chuyển động của đối tượng động học phi tuyến :

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1(t) = f_1(x_1,.....,x_n) \\ &.................................. \\ &\dot{x}_n(t) = f_n(x_1,.....,x_n) + bu[k] \end{aligned} \qquad (1)$$

Ta phải xác định quy luật điều khiển

u[k]=u(x₁, ….,xₙ)

để đảm bảo đưa điểm biểu diễn của hệ thống từ một trạng thái ban đầu bất kỳ $X(x_{10},....,x_{n0})$ tới điểm gốc toạ độ ($x_1 = ,.... = x_n = 0$). Khi đó phải đảm bảo cực tiểu phiếm hàm :

$$J = \int_0^\infty F(\psi, \dot{\psi})dt, \qquad (2)$$

Trong đó $F(\psi, \dot{\psi})$ là hàm khả vi liên tục xác định dương; $\psi(x_1,...,x_n)$- là biến hợp thể, là hàm khả vi bất kỳ hay liên tục từng đoạn .

2.Thiết kế bộ điều khiển

Áp dụng phương pháp xấp xỉ hoá cho phương trình (1) ta có :

$$\begin{aligned} &\Delta x_1[k] = f_1(x_1[k],....,x_n[k]); \\ &.. \\ &\Delta x_n[k] = f_n(x_1[k],....x_n[k]) + bu[k] \end{aligned} \qquad (3)$$

là hệ phương trình hệ rời rạc-liên tục ban đầu. Khai triển các đạo hàm ta có :

$$\Delta x_i[k] = \frac{x_i[k+1] - x_i[k]}{T} \qquad (4)$$

Thay (4) vào (3) ta có mô hình của đối tượng:

$$\begin{aligned} &x_1[k=1] = f_1^1(x_1[k],...,x_n[k]); \\ &... \\ &x_n[k+1] = f_n^1(x_1[k],...x_n[k]) + b^1u[k] \end{aligned} \qquad (5)$$

Trong đó

:: $f_1^1(x_1[k],...,x_n[k]) = x_i + Tf_i(x_1[k],...,x_n[k],$

$b^1 = bT$

T – bước gián đoạn hóa theo thời gian.

Phiếm hàm (2) có thể viết lại như sau :

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} F(\psi[k], \Delta\psi[k]) \qquad (6)$$

Chọn hàm $F(\psi[k], \Delta\psi[k])$ có dạng bình phương :

$$F(\psi[k], \Delta\psi[k]) = m^2\psi^2[k] + c_2(\Delta\psi[k])^2 \qquad (7)$$

thì phiếm hàm có dạng :

$$J = \sum_{k=0}^{\infty}\left(m^2\psi^2[k] + c^2(\Delta\psi[k])^2\right) \qquad (8)$$

Ta có thể viết phương trình Euler- Lagrange :

$$\begin{aligned} &\Delta F_{\Delta\psi}(\psi[k], \Delta\psi[k]) - \\ &\qquad F_{\psi}(\psi[k+1], \Delta\psi[k+1]) = 0 \end{aligned} \qquad (9)$$

Trong đó : $F_{\psi}(\psi[k+1], \Delta\psi[k+1])$ là đạo hàm của $F(\psi[k+1], \Delta\psi[k+1])$ theo ψ. Thay (7) vào (9) ta có thể tìm được phương trình các đường cực trị dẫn đến phiếm hàm (8) :

$$\psi[k+2] - \left(2 + \lambda T^2\right)\psi[k+1] + \psi[k] = 0 \qquad (10)$$

Trong đó $\lambda = \dfrac{m^2}{c^2}$ xác định họ các đường cực trị ổn định và không ổn định. Từ phương trình (10) có thể tìm được họ các đường cực trị ổn định , mô tả bởi phương trình :

$$\psi[k+1] + \alpha\psi[k] = 0 \qquad (11)$$

$\alpha = 1 + 0.5\lambda T^2 - \sqrt{\lambda T^2 + 0.25\lambda^2 T^2}$. Điều kiện để ổn định tiệm cận là $\alpha < 1$

Từ phương trình (11) có thể ác định vô số các định luật điều khiển có thể $u(x_1[k],...,x_n[k])$, đảm bảo đưa điểm biểu diễn từ điều kiện ban đầu bất kỳ tới vùng đa tạp $\psi[k] = 0$ và giữ nó trong vùng đó khi tiếp tục chuyển động theo $\psi(x_1[k],...,x_n[k]) = 0$ để tớI vị trí cân bằng $x_{1k}[NT] = ... = x_{nk}[NT] = 0$. Chuyển động theo khu vực đa tạp $\psi[k] = 0$ sẽ được mô tả bởi phương trình :

$$x_{i\psi}[k+1] = f_i^n(x_{1\psi}[k],...,x_{(n-1)\psi}[k])$$
$$i = 1,2,...,n-1 \quad (12)$$

Hệ thống gián đoạn ổn định theo Kalman-Belman thì f_i^n bị chặn theo chuẩn đối với mọi x[k]. Điều kiện bị chặn có thể viết :

$$\max_i \left\{ \sum_{j=1}^{n} \frac{c_i}{c_j} \left| h_{ij}(x) \right| \right\} < 1 \quad \text{với mọi x} \quad (13)$$

$$\max_j \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i}{c_j} \left| h_{ij}(x) \right| \right\} < 1 \quad \text{với mọi x} \quad (14)$$

trong đó h_{ij} là các phần tử của ma trận $H[x[k]] = \dfrac{\partial f_i^n(x[k])}{\partial x_i}$. Điều kiện để giới hạn f_i^n theo chuẩn (13) và (14) cùng với điều kiện $\alpha < 1$ sẽ đảm bảo cho hệ thống ổn định tiệm cận

3. Ví dụ áp dụng

Cho đối tượng điều khiển mô tả bởi hệ :

$$\dot{x}_1(t) = x_1^2 + x_2$$
$$\dot{x}_2(t) = u[k] \quad (15)$$

Ta có thể viết ở dạng :

$$x_1[k+1] = x_1[k] + Tx_1^2[k] + Tx_2[k]$$
$$x_2[k+1] = x_2[k] + Tu[k] \quad (16)$$

Theo phương pháp bất biến đa giá trị thì ta đặt thêm biến :

$$\psi_1[k] = x_2[k] + \beta_1 x_1^2[k] + \beta_2 x_1[k] \quad (17)$$

và trên cơ sở của (11) ta có :

$$x_2[k+1] + \beta_2 x_1[k+1] + \beta_1 x_1^2[k+1] + \alpha_1 x_2[k] + \alpha_1\beta_2 x_1[k] + \alpha_1\beta_1 x_1^2[k] = 0 \quad (18)$$

Thay (18) vào (17) ta có :

$$\beta_2(\alpha_1+1)x_1[k] + (1+\alpha_1+T\beta_2)x_2[k] + $$
$$+ (\alpha_1\beta_1 + T\beta_2)x_1^2[k] + \beta_1(x_1[k] + Tx_1^2[k] + $$
$$+ Tx_2[k])^2 + Tu[k] = 0$$

Từ đây ta tìm được quy luật điều khiển u[k]

$$u[k] = -(\alpha_1+1)\beta_2 x_1[k]/T - (1+\alpha_1 T\beta_2)x_2[k]/T$$
$$-(\alpha_1\beta_1 + \beta_{2T})x_1^2[k]/T -$$
$$\beta_1(x_1[k] + Tx_1^2[k] + Tx_2[k])^2/T \quad (19)$$

Trong quá trình chuyển động theo vùng đa tạp $\psi[k] = 0$ ta có :

$$x_{1\psi}[k+1] - (1 - T\beta_2 + T(1-\beta_1)x_{1\psi}[k])x_{1\psi}[k] = 0 \quad (20)$$

Điều kiện ổn định của phương trình phi tuyến bậc 1 :

$$x[k+1] - f(k, x[k])x[k] = 0 \quad (21)$$

có dạng :

$$\nu < 1 - \left| f(k, x[k]) \right| \quad (22)$$

Áp dụng $\nu = 0$ vào phương trình (20) ta có :

$$\left| 1 - T\beta_2 + T(1-\beta_1)x_{1s}[k] \right| < 1$$

hay :

$$0 < \beta_2 - (1-\beta_1)x_{1s}[k] < 2/T \quad (23)$$

Khi $\beta = 1$ điều kiện (23) có dạng :

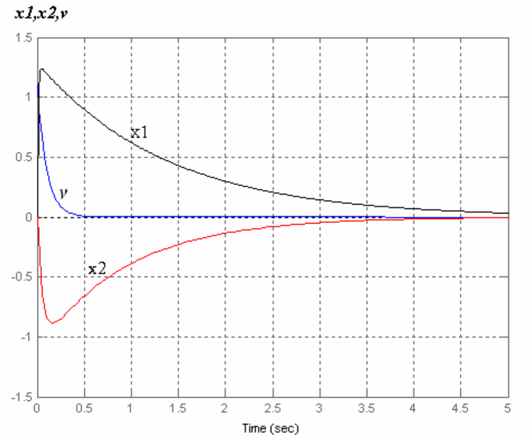
$$0 < \beta_2 < 2/T$$

Nếu T = 0.01 ta có :

$$0 < \beta_2 < 200 \quad (24)$$

Kết quả mô phỏng trên MATLAB :

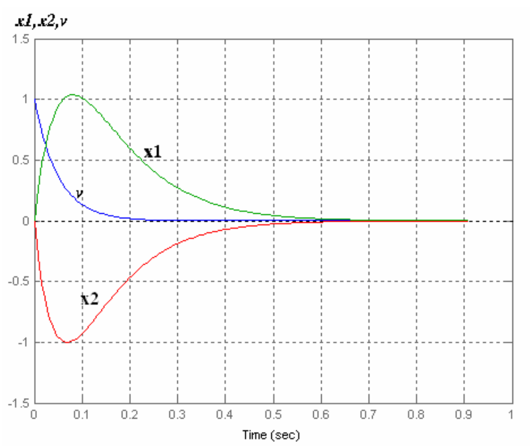
Hình 1 : $\alpha_1 = -0.9$, $\beta_1 = \beta_2 = 1$



Hình 1:

Hình 2 : $\begin{array}{l}\alpha_1 = -0.9 \\ \beta_1 = 1; \quad \beta_2 = 10\end{array}$

Từ Hình 1 và Hình 2 ta thấy khi tăng hệ số β_2 thì làm giảm thời gian quá độ. Nhưng để đưa điểm biểu diễn từ trạng thái ban đầu đến trạng thái cân bằng thì tiêu tốn nhiều năng lượng hơn.



Hình 2

Nếu từ điều kiện (23) ta cho $\beta_1 = 10$ thì

$$0 < \beta_2 + 9x_{1s}[k] < 200$$

Khi $\beta_1 = 1$ hệ thống sẽ ổn định trong vùng $\psi[k] = 0$ nếu với tọa độ $x_{1s}[k]$ thỏa mãn điều kiện :

$$-1/9 < x_{1s}[k] < 199/9$$

Với $\beta_2 = 10$ hệ thống sẽ ổn định nếu thỏa mãn :

$$-10/9 < x_{1s}[k] < 199/9$$

Để đảm bảo độ nhạy của quy luật điều khiển tới dấu của hàm toàn phương ta đặt thêm biến :

$$\psi_2[k] = x_2[k] + \gamma_1 x_1[k]\left|x_1[k]\right| + \gamma_2 x_1[k] \qquad (25)$$

Khi đó theo (11) và (16) ta có :

$$\begin{aligned}&\gamma_2(1+\alpha_2)x_1[k] + (1+\gamma_2 T + \alpha_2)x_2[k] + \\ &\quad + (\gamma_2 T + \alpha_2\gamma_1 sign x_1[k])x_1^2[k] + \\ &\gamma_1 sign x_1[k](x_1[k] + Tx_1^2[k] + Tx_2[k])^2 + Tu[k]\end{aligned} \qquad (26)$$

Từ đây ta xác định quy luật điều khiển :

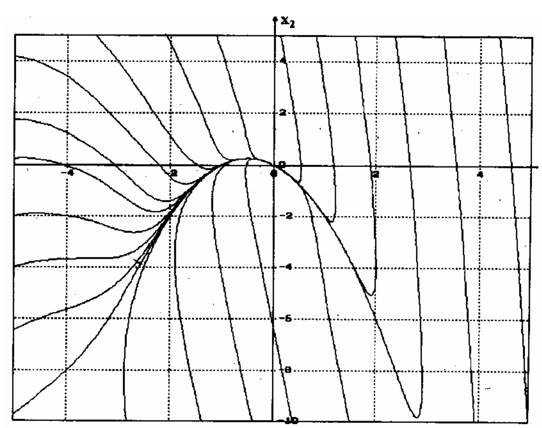
$$\begin{aligned}&u[k] = -\gamma_2(1+\alpha_2)x_1[k]/T - (1+\gamma_2 T + \alpha_2)x_2[k]/T \\ &-(\gamma_2 T + \alpha_2\gamma_1 sign x_1[k])x_1^2[k]/T - \\ &-\gamma_1 sign x_1[k](x_1[k] + Tx_1^2[k] + Tx_2[k])^2/T\end{aligned} \qquad (27)$$

Phương trình chuyển động của điểm biểu diễn dọc theo vùng đa tạp $\psi[k] = 0$ có dạng :

$$\begin{aligned}&x_{1\psi}[k+1] - (1 - T\gamma_2 + \\ &\quad T(1-\gamma_1 sign\, x_{1\psi}[k])x_{1\psi}[k] = 0\end{aligned} \qquad (28)$$

Điều kiện ổn định khi $v = 0$ được viết lại như sau :

$$\left|1 - T\gamma_2 + T(1-\gamma_1 sign\, \mathrm{x}_{1\psi}[k]\right| < 1$$



Hình 3: *Chân dung pha của hệ thống*

4. KẾT LUẬN

Với phương pháp này việc thiết kế hệ thống phi tuyến lai rời rạc liên tục sẽ giải quyết tương đối triệt để hơn so với cách giải thông thường là dùng phương.pháp Liapunov trực tiếp dẫn đến phải thoả mãn điều kiện :

$$S(x_{1,}...x_n,u,t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial V}{\partial x_i}f_i(x_1,...x_n,u_1,...u_m)$$
$$+W(x_1,...x_n,t)+\frac{\partial V}{\partial t}\le 0 \quad (29)$$

Việc tìm kiếm nghiệm ổn định bằng cách thoả mãn bất phương trình (29) là rất khó về mặt tính toán . Vì vậy chưa có phương pháp tìm quy luật điều khiển ổn định $u_{st}(x_1,...x_n)$ cho chung một lớp các đối tượng phi tuyến .Bài toán này ngày càng phức tạp hơn nếu số chiều của hệ tăng lên. Mặt khác việc chọn hàm Liapunov thoả mãn các yêu cầu (29) cũng gặp nhiều khó khăn. Do vậy việc ứng dụng phương pháp thiết kế bộ điều khiển hợp thể hệ phi tuyến rời rạc liên tục là rất cần thiết và qua báo cáo này cho thấy công việc thiết kế đã đơn giản hơn và mang tính tổng quát hơn. Hệ thống ổn định và đáp ứng các yêu cầu chất lượng đề ra.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Колесников А.А. Синергетичес- -кая Теория Урправления, *Энергоатомиздат 1994.*
2. Thomas Bak., Jan Bendtsen, Anders P. Ravn . Hybrid Control Design for a Wheeled Mobile Robot. *Proc. 6th International Workshop : Hybrid Systems: Computation and Control.Prague April 2003*
3. F. Borrelli Constrained Optimal control of Linear and Hybrid systems. *Springer 2002.*A.Rantzer . Dynamic Programming via convex optimization. *In Proc. Of the IFAC World Congress, Beijing 1999.*
4. Борцов.Ю.А *Автоматические системы с разрывными упралениями* Энергоатомиздат 1989.
5. A.Rantzer . Dynamic Programming via convex optimization. *In Proc. Of the IFAC World Congress, Beijing 1999.*
6. Борцов.Ю.А *Автоматические системы с разрывными упралениями* Энергоатомиздат 1989.
7. Колесников А. А *Аналитическое конструирование нелинейных агрегированных систем.* ТАГАНРОГ 1990.
8. Колесников А.А. *Аналитическое конструирование нелинейных агрегированных регуляторов* Известия вузов Электротехника 1990.
9. М.Б.Коломейцева , Д, Л Хо *Адаптивные системы управления динамическими обЪектами на базе нечетких регуляторов* . МОСКВА 2002