

# GIẢI PHÁP PHÂN TÍCH NGƯỢC XÁC ĐỊNH CÁC THÔNG SỐ ĐẤT NỀN TỪ DỮ LIỆU HIỆN TRƯỜNG BACK ANALYSIS APPROACH IN IDENTIFICATION OF SOIL PARAMETERS FROM FIELD DATA

Nguyễn Thị Hiền Lương\* và Nguyễn Ngọc Quyết\*\*

\*Khoa Kỹ Thuật Xây Dựng, Đại học Bách khoa, Tp. Hồ Chí Minh, Việt nam

\*\* Khoa Kỹ Thuật Công Trình, Đại học Bán công Tôn Đức Thắng, Tp. Hồ Chí Minh, Việt nam.

## BẢN TÓM TẮT

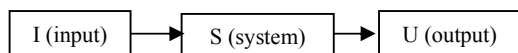
Bài báo này trình bày giải pháp phân tích ngược xác định các thông số nền đất từ những dữ liệu đo đạc được ở hiện trường. Hai phương pháp phân tích ngược được đề xuất: phương pháp kết hợp Lọc Kalman – phần tử hữu hạn và Tối ưu. Mức độ chính xác và hiệu quả của các phương pháp này được kiểm tra qua một số ví dụ ước lượng các hằng số đàn hồi.

## ABSTRACT

This paper presents the back analysis approach in identification of soil parameters from the data observed in the field. Two back analysis procedures have been proposed: the combination of Kalman filter - finite elements and optimization methods. The accuracy and efficiency of the proposed procedures are examined through some numerical examples of estimating elastic constants.

## 1. GIỚI THIỆU

Xét một hệ cơ học S (system) chịu tác động của các thông số đầu vào I (input). Dưới tác động của I, hệ S có phản ứng U (output) – là kết quả đầu ra (hình 1).



**Hình 1:** Mô hình hoạt động của hệ cơ học

Đối với bài toán thuận, có I và S, yêu cầu xác định U. Ngược lại, trong bài toán ngược, (1) ta có I và U, yêu cầu tìm S; (2) có S và U, yêu cầu tìm I; hoặc (3) có được một phần thông tin về I, S, U, yêu cầu tìm các thông tin còn lại. Có thể hiểu đơn giản rằng, U là chuyển vị, biến dạng, ứng suất, tần số dao động..., I là tải trọng, S là điều kiện biên, cấu hình hình học, đặc trưng vật liệu... của hệ cơ học [1].

Phân tích ngược là quy trình để giải bài toán ngược. Các quy trình phân tích ngược được sử dụng trong cơ học có thể được chia thành hai loại: các giải pháp trực tiếp và các giải pháp ngược [2]. Giải pháp *trực tiếp* dùng các giá trị thử của các thông số chưa biết là dữ liệu nhập, cho đến khi sai khác kết quả giữa đo đạc và tính toán là cực tiểu. Phương pháp tối ưu thường được sử dụng ở giải pháp này [2]-[4]. Ở giải pháp *ngược*, hệ thống các phương trình chủ đạo của bài toán được viết lại ở dạng mà các thông số là các ẩn số, các chuyển vị hoặc ứng suất là dữ liệu nhập. Tiêu biểu trong nhóm này là thuật giải lọc Kalman với rất nhiều ứng dụng để giải bài toán xác định thông số [5]- [9].

Ở Việt nam, gần đây cũng đã có một số tác giả nghiên cứu bài toán ngược khi xác định các đặc trưng của đất nền trên cơ sở số liệu thu được trong quá trình đào hầm [3]; chẩn đoán kỹ thuật và đánh giá hiện trạng công trình [10], [11].

Như ta đã biết, việc xác định các thông số đất nền từ dữ liệu hiện trường là rất quan trọng để tìm hiểu ứng xử của nền. Thông thường, các thông số được rút ra từ thiết bị đo đạc, quan trắc hiện trường có độ tin cậy hơn những thí nghiệm trong phòng, vì rằng các thí nghiệm trong phòng đã không thể hiện được ảnh hưởng bởi cấu trúc vĩ mô và sự không đồng nhất của đất. Ngay cả khi lấy được mẫu đại diện thì sự xáo trộn gây ra trong quá trình lấy mẫu và sự giải phóng áp lực sẽ ảnh hưởng đến chất lượng các thông số cần xác định. Để bổ sung cho những giới hạn này, các phương pháp quan sát đã được áp dụng rộng rãi, trong đó các thông số đất nền được ước lượng từ dữ liệu đo đạc thu được trong giai đoạn xây dựng. Bài báo này đề xuất hai phương pháp phân tích ngược, phương pháp kết hợp *Lọc Kalman – phần tử hữu hạn* và *Tối ưu*, giúp cho việc xác định các thông số của nền đất từ số liệu đo đạc được ở hiện trường (*in-situ measurements*). Mô hình nền khảo sát là môi trường vật liệu đàn hồi tuyến tính, đẳng hướng.

## 2. CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH NGƯỢC

### 2.1 Phân tích ngược dựa trên phương pháp Tối ưu

Xem xét bài toán ngược xác định các thông số mô đun đàn hồi  $E_i$  và hệ số Poisson  $\nu_i$  ( $i=1, \dots, n$  với  $n$  là số các lớp đất khác nhau) trong trường hợp biến dạng phẳng.

Nếu ta chấp nhận giả thiết rằng các đại lượng đo đạc được có trọng số bằng nhau bất chấp chất lượng và mức độ tin cậy của việc đo đạc cũng như vị trí điểm đo thì vector các thông số đất nền  $x$  có thể được xác định bằng cách cực tiểu hoá tổng bình phương các sai số giữa các chuyển vị tính toán theo mô hình bài toán thuận  $u$  và các chuyển vị được đo đạc  $u^*$ . Vậy bài toán có thể được biểu diễn ở dạng tối ưu như sau.

Hàm mục tiêu:

$$J(x) = \sum_{i=1}^{N_d} (u_i^* - u_i)^2 \rightarrow \min \quad (1)$$

Chịu các ràng buộc:

$$E > 0 \quad (2)$$

$$0 < \nu < 0,5 \quad (3)$$

ở đây  $N_d$  là số các chuyển vị đo đạc được;  $x = [E_1 \ \nu_1 \ \dots \ E_n \ \nu_n]^T$  là vector các thông số đất nền cần xác định.

Hàm mục tiêu  $J(x)$  trên là một hàm phi tuyến bậc cao theo  $x$ . Bởi vậy để tìm  $x$  trực tiếp thường là không thể được. Các kỹ thuật tối ưu thông thường đều sử dụng giải pháp lặp để tìm  $x$ . Trong bài báo này sử dụng phương pháp gradient liên hiệp Fletcher và Reeves [1] để giải bài toán trên.

### 2.2 Phân tích ngược dựa trên phương pháp kết hợp Lọc Kalman – phần tử hữu hạn

#### 2.2.1 Kỹ thuật lọc Kalman

Lọc Kalman là một tập hợp các phương trình toán học cung cấp một phương pháp tính toán hiệu quả để ước lượng trạng thái của một quá trình, bằng cách cực tiểu hoá giá trị trung bình của sai số bình phương. Phương pháp lọc Kalman có nhiều ưu thế trong việc ước lượng các trạng thái quá khứ, hiện tại và thậm chí cả tương lai; có thể thực hiện ngay cả khi chưa biết bản chất chính xác của hệ thống được mô hình hoá [12].

Hai phương trình hệ thống của phương pháp lọc Kalman:

$$x_k = A_{k-1}x_{k-1} + w_{k-1} \quad (4)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (5)$$

ở đây, (4) được gọi là phương trình trạng thái; (5) là phương trình quan sát;  $x_k$  là vector trạng thái;  $z_k$  là vector quan sát;  $w_k$  là vector nhiễu hệ thống do mô hình hoá;  $v_k$  là vector nhiễu quan sát do đo đạc;  $A_k$  là ma trận chuyển trạng thái, cho biết liên hệ trạng thái ở bước thời gian  $k-1$  với trạng thái ở bước thời gian hiện tại  $k$ ;  $H_k$  là ma trận quan sát, cho biết liên hệ trạng thái với đo lường  $z_k$ . Giả thiết rằng  $w_k$  và  $v_k$  độc lập, tuân theo phân phối xác suất Gauss:

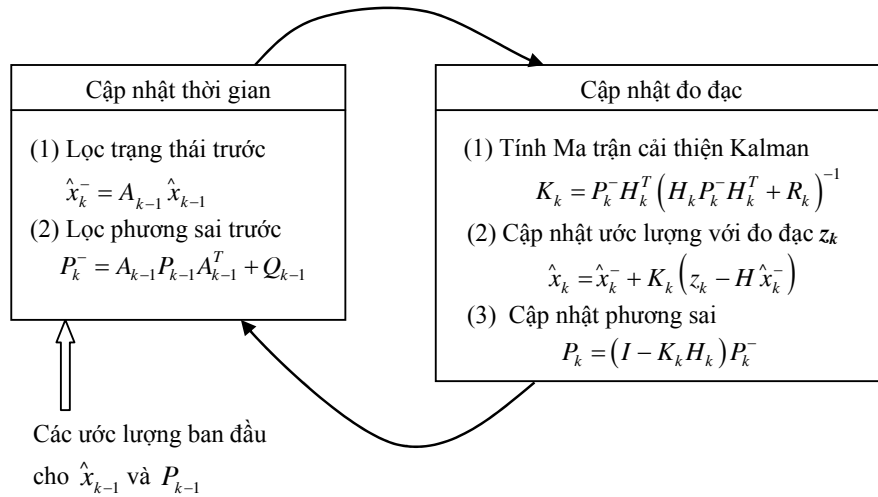
$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (6)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (7)$$

Các phương trình lọc Kalman được chia thành hai nhóm: các phương trình cập nhật thời gian và các phương trình cập nhật đo đạc. Các *phương trình cập nhật thời gian* có nhiệm vụ lọc thuận trạng thái hiện tại và các ước lượng phương sai để rút ra các ước lượng trước cho bước kế tiếp:

$$\hat{x}_k^- = A_{k-1} \hat{x}_{k-1} \quad (8)$$

$$P_k^- = A_{k-1} P_{k-1} A_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (9)$$



Hình 2: Sơ đồ tổng quát hoạt động của quy trình lọc Kalman

Các phương trình cập nhật đo đạc có nhiệm vụ với thông tin phản hồi bằng cách kết hợp đo đạc mới vào ước lượng trước để rút ra một ước lượng sau được cải thiện:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (10)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (11)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (12)$$

ở đây  $K_k$  là ma trận cải thiện Kalman (*Kalman gain matrix*),  $P_k$  là ma trận phương sai của ước lượng hiện tại:

$$P_k = E \left[ (x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T \right] \quad (13)$$

Hoạt động tổng quát của quy trình lọc Kalman được thể hiện trên hình 2.

### 2.2.2 Phương pháp kết hợp lọc Kalman – phần tử hữu hạn

Xem xét bài toán ngược xác định các hằng số đàn hồi Lamé  $\lambda_i, \mu_i$  ( $i=1, \dots, n$  với  $n$  là số các lớp đất khác nhau) của môi trường đàn hồi trong trường hợp biến dạng phẳng, kết hợp với phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH).

#### Phương trình trạng thái

Với điều kiện tĩnh của các thông số cần xác định (các thông số là hằng số theo thời gian), phương trình trạng thái (4) trở thành:

$$x_k = I x_{k-1} \quad (14)$$

$$\text{với } x_k = \{ \lambda_1 \quad \mu_1 \quad \dots \quad \lambda_n \quad \mu_n \}_k^T;$$

$x_{k-1} = \{ \lambda_1 \quad \mu_1 \quad \dots \quad \lambda_n \quad \mu_n \}_{k-1}^T$ ; và chỉ số  $k$  là bước lặp.

#### Phương trình quan sát

Xét phương trình cân bằng phần tử hữu hạn:

$$Ku = f \quad (15)$$

Sử dụng kỹ thuật cô đặc ma trận để loại bỏ các chuyển vị chưa biết. Tách các chuyển vị đã biết  $u^*$ , phương trình (15) được viết lại:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^* \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^* \\ f \end{Bmatrix} \quad (16)$$

$$\text{với } K^{ij} = \begin{bmatrix} K_{11}^{ij} & K_{12}^{ij} \\ K_{21}^{ij} & K_{22}^{ij} \end{bmatrix}$$

Ở đây  $K_{lm}^{ij}$  ( $i=1, \dots, n; j=1, 2; l, m=1, 2$ ) là các ma trận độ cứng con được tách ra từ  $K$ . Từ (16) ta có:

$$f^* - Q(\lambda, \mu) f = \left[ (\lambda_j K_{11}^{j1} + \mu_j K_{11}^{j2}) - Q(\lambda, \mu) (\lambda_j K_{21}^{j1} + \mu_j K_{21}^{j2}) \right] u^* \quad (17)$$

ở đây:

$$Q(\lambda, \mu) = (\lambda_j K_{12}^{j1} + \mu_j K_{12}^{j2}) (\lambda_j K_{22}^{j1} + \mu_j K_{22}^{j2})^{-1} \quad (j: \text{lấy tổng})$$

Tách riêng các hệ số  $\lambda_i, \mu_i$ , viết lại (17) như sau:

:

$$f^* - Q(\lambda, \mu)f = \left[ \begin{array}{c} (K_{11}^{11} - QK_{21}^{11})u^*, \\ (K_{11}^{12} - QK_{21}^{12})u^*, \dots, (K_{11}^{n1} - QK_{21}^{n1})u^*, \\ (K_{11}^{n2} - QK_{21}^{n2})u^* \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \mu_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu_n \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Đặt:

$$z_k = f^* - Q(\lambda, \mu)f; x_k = \{\lambda_1 \ \mu_1 \ \dots \ \lambda_n \ \mu_n\}_k^T$$

$$H_k = \left[ \begin{array}{c} (K_{11}^{11} - QK_{21}^{11})u^*, (K_{11}^{12} - QK_{21}^{12})u^*, \dots, \\ (K_{11}^{n1} - QK_{21}^{n1})u^*, (K_{11}^{n2} - QK_{21}^{n2})u^* \end{array} \right]$$

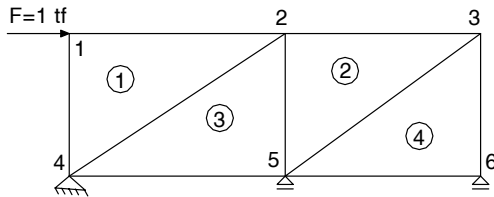
Thì (14) trở thành :

$$z_k = H_k x_k \quad (19)$$

Bằng cách cộng thêm thành phần nhiễu, phương trình này tương ứng với phương trình quan sát (5) [7].

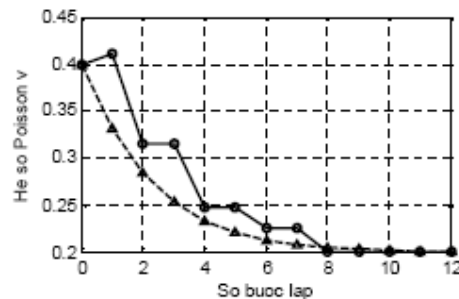
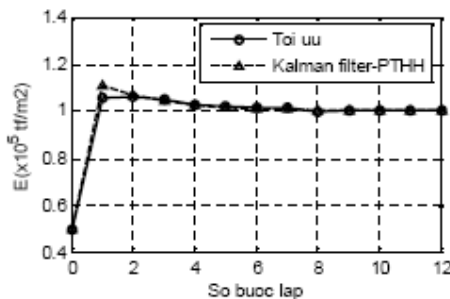
### 3. VÍ DỤ ỨNG DỤNG

*Ví dụ 1:* Hình 3 là mô hình một bài toán biến dạng phẳng đơn giản. Các hằng số đàn hồi:  $E=1 \times 10^5 \text{ tf/m}^2$ ,  $\nu=0,2$ .



Hình 3: Mô hình bài toán ví dụ 1

*Bài toán thuận.* Sử dụng phương pháp PTHH với lưới chia tam giác để giải bài toán



Hình 4: Xác định thông số trong ví dụ 1

này. Sau đó phân tích lại bài toán bằng SAP2000, một phần mềm đã được sử dụng rộng rãi và có độ tin cậy cao, để kiểm chứng. Các chuyển vị nút tính toán được theo hai phương pháp thể hiện trên bảng 1.

Bảng 1: Các chuyển vị nút ví dụ 1 ( $10^{-5} \text{ m}$ )

Nút	Phương pháp PTHH		SAP2000	
	ngang	đứng	ngang	đứng
1	3.5111	1.1046	3.511	1.105
2	2.2156	-0.3245	2.216	-0.3245
3	2.0648	-0.4555	2.065	-0.4555
4	0.0	0.0	0.0	0.0
5	1.1004	0.0	1.100	0.0
6	1.4462	0.0	1.446	0.0

Bảng 1 cho thấy sai khác kết quả tính toán theo hai phương pháp là rất nhỏ. Sai số này chỉ là do làm tròn, thực sự là chúng tương tự nhau. Vậy kết quả giải theo PTHH là tin cậy được.

*Với bài toán ngược,* giả sử rằng hai hằng số  $E$  và  $\nu$  của bài toán trên là chưa biết cần phải xác định, trong khi một số chuyển vị ở bảng 1 (ví dụ chuyển vị ngang và đứng của nút 1, ngang của nút 2) đo được ở hiện trường. Tiến hành phân tích ngược bài toán theo hai phương pháp đã trình bày ở trên. Để cải thiện tốc độ hội tụ trong phương pháp Tối ưu, biến số  $E'=E/10^5$  đã được sử dụng thay cho  $E$ , vì rằng về độ lớn  $E$  có bậc cao hơn rất nhiều so với  $\nu$ . Kết quả được biểu diễn dưới dạng đồ thị trên hình 4. Từ đồ thị ta thấy rằng các giá trị chính xác của  $E$  và  $\nu$  đạt được chỉ sau một số vòng lặp. Ngoài ra, phân tích theo hai phương pháp Lọc Kalman – PTHH và Tối ưu đều cho kết quả rất gần nhau. Tuy nhiên, từ thực tế tính toán cho thấy phương pháp Lọc Kalman – PTHH tính toán nhanh hơn rất nhiều so với Tối ưu, vì rằng Lọc Kalman – PTHH chỉ tính toán với dữ liệu số trong khi phương pháp Tối ưu phải tính toán với dữ liệu symbolic khi lấy các đạo hàm.

*Ví dụ 2:* Các ví dụ 2, 3 và 4 sau đây chỉ giải theo phương pháp Lộc Kalman – PTHH và sau đó so sánh với lời giải tối ưu theo [4].

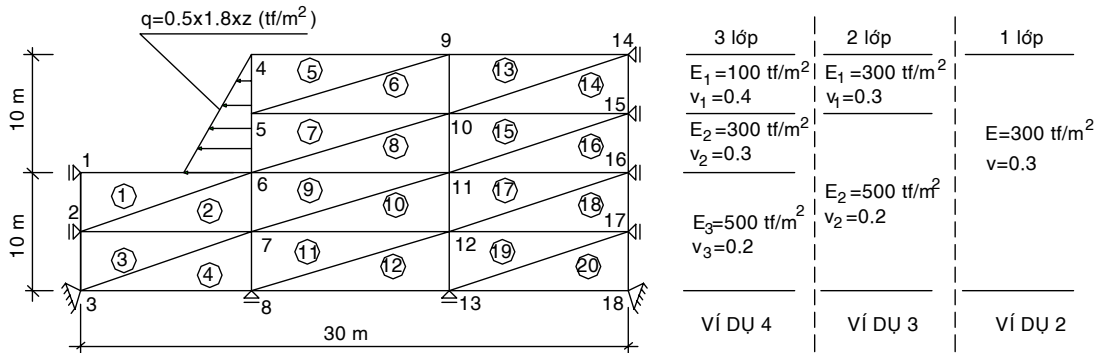
Mặt cắt ngang nền đất một rãnh đào được mô hình hoá như hình 5. Trong ví dụ này nền đất chỉ gồm 1 lớp. Cần xác định 2 hằng số đàn hồi  $E$  và  $\nu$  của nền trong các trường hợp sau:

*Trường hợp 1.* Dữ liệu đo đạc được ở hiện trường là chuyển vị ngang và đứng của các điểm 4, 5, 6 và 9; đứng của các điểm 1 và 14. Kết quả thể hiện trên hình 6.

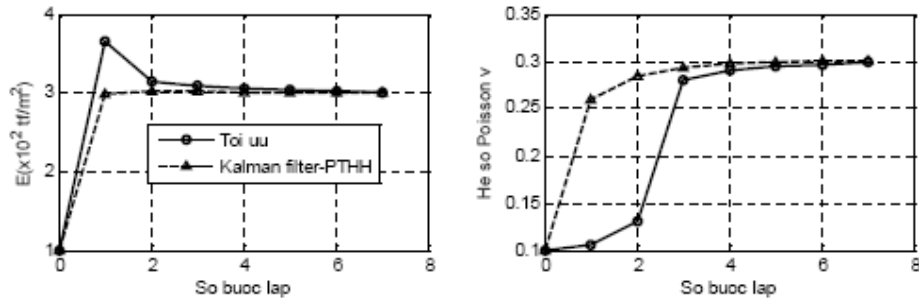
*Trường hợp 2.* Dữ liệu đo được là chuyển vị ngang và đứng của các điểm 4, 5, 6. Kết quả xem hình 7.

Từ hình 6 và 7 ta thấy rằng, khi có ít thông tin hơn (được đo đạc) thì số bước tính toán càng cần nhiều hơn để có các ước lượng chính xác.

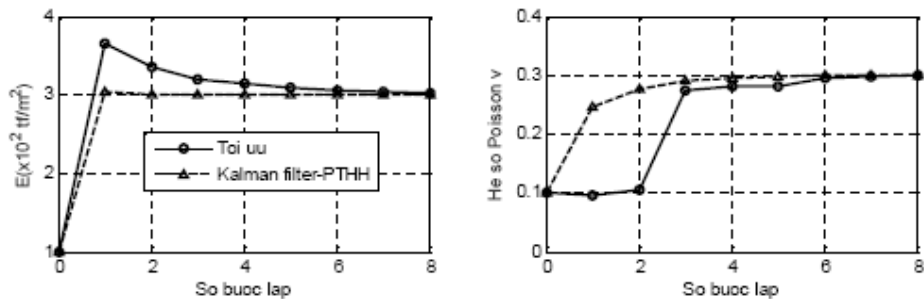
*Ví dụ 3:* Mô hình nền một rãnh đào gồm 2 lớp (xem hình 5). Các thông số cần xác định  $E_1, \nu_1, E_2$  và  $\nu_2$ . Dữ liệu đo đạc được giống ví dụ 2, trường hợp 1. Kết quả xem hình 8.



Hình 5: Mô hình nền đất trong ví dụ 2,3 và 4 (theo [4])



Hình 6: Xác định thông số trong ví dụ 2, trường hợp 1



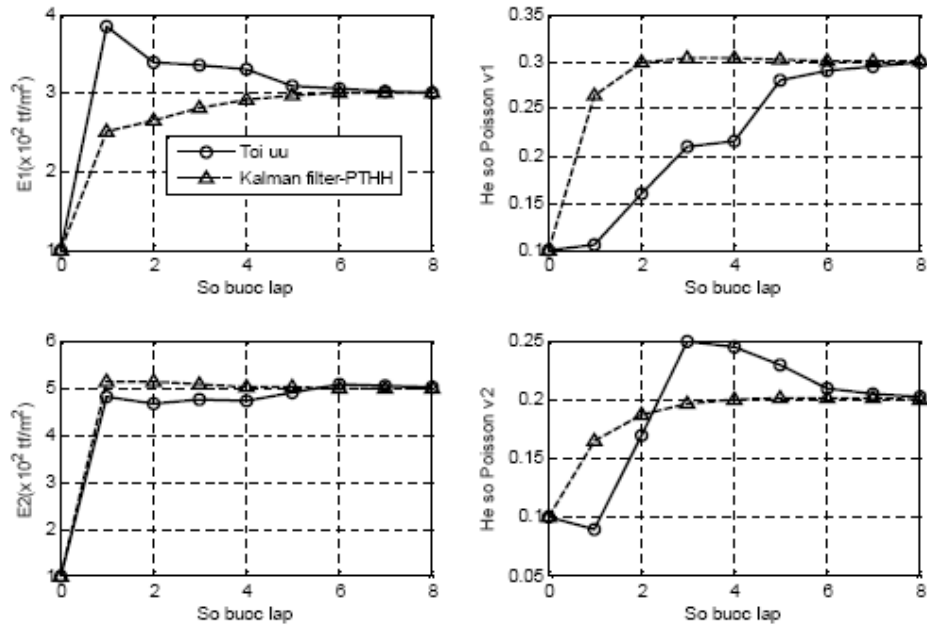
Hình 7: Xác định thông số trong ví dụ 2, trường hợp 2

*Ví dụ 4:* Mô hình nền một rãnh đào gồm 3 lớp (xem hình 5). Cần xác định các thông số  $E_1$ ,  $\nu_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_2$ ,  $E_3$  và  $\nu_3$ . Dữ liệu đo đạc được giống ví dụ 2, trường hợp 1. Kết quả xem hình 9.

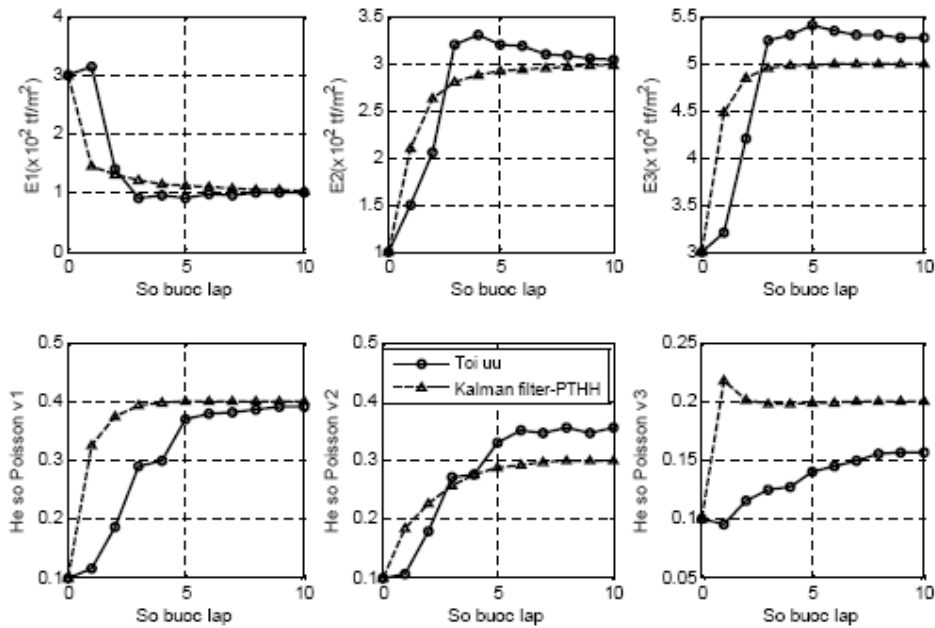
Trong ví dụ này đã có sự sai khác giữa các kết quả ước lượng theo phương pháp Tối ưu và Lọc Kalman – PTHH. Phương pháp Tối ưu đã không xác định chính xác giá trị các thông số của lớp đất thứ 2 và thứ 3 ( $\nu_2$ ,  $E_3$  và  $\nu_3$ ). Theo [4], do các chuyển vị đo đạc được cách rất xa

lớp đất thứ 3. Ngoài ra, ta cũng có thể nhận thấy như trên hình 5, số các điểm được quan sát thuộc hai lớp này là 2 (điểm 1 và 6), trong khi số các điểm được quan sát thuộc lớp 1 là 4 (điểm 4, 5, 9 và 14).

Tuy nhiên phương pháp kết hợp Lọc Kalman – PTHH đã xác định chính xác tất cả các thông số của nền trong các trường hợp trên.



Hình 8: Xác định thông số trong ví dụ 3



Hình 9: Xác định thông số ví dụ 4

#### 4. KẾT LUẬN

Cả hai phương pháp Tối ưu và Lộc Kalman – PTHH có thể ứng dụng để phân tích ngược xác định các thông số của nền đất, sử dụng các thông tin đo đạc được tại hiện trường.

Qua các ví dụ trên cho thấy phương pháp Tối ưu có một số nhược điểm như tính toán chậm, không xác định được chính xác thông số của nền đất trong trường hợp có nhiều lớp.

Ngược lại phương pháp kết hợp Lộc Kalman – PTHH tính toán rất nhanh chóng và khá chính xác, thậm chí khi nền có nhiều lớp đất khác nhau. Ngoài ra, một ưu điểm lớn của phương pháp này là đã kể đến những sai số đo đạc trong khi tính toán, do phương sai ước lượng được cập nhật liên tục qua mỗi bước tính. Tuy nhiên, phương pháp trên mới chỉ áp dụng cho bài toán hai chiều với nền đất được mô hình hoá là môi trường vật liệu đàn hồi. Phương pháp kết hợp Lộc Kalman – PTHH có thể phát triển cho những bài toán nền đất phức tạp hơn, như bài toán ba chiều hay mô hình nền Mohr Coulomb... chẳng hạn.

**LỜI CẢM ƠN:** Chúng tôi xin chân thành cảm ơn Hội đồng Khoa Học Tự Nhiên đã giúp đỡ và tài trợ cho nghiên cứu này.

#### MỤC LỤC THAM KHẢO

1. G.R. Liu & X.Han, Computational inverse techniques in nondestructive evaluation – CRC Press (2003).
2. G.Swoboda, Y.Wang and Z.Xiang, Parameter identification and its application in tunneling (2002).  
Website:<http://www.stru.polimi.it/Eventi/Macsi2002/Swoboda.pdf>.
3. Nguyễn Thị Hiền Lương, Một cách xác định các đặc trưng của đất dựa trên số liệu thu được từ phương pháp đào đường hầm bằng máy chấn, Hội nghị cơ học ứng dụng lần 8, ĐHBK Tp. Hồ Chí Minh (1998).
4. K. Arai, H. Ohta & T. Yasui, Simple optimization techniques for evaluating deformation moduli from field observation, Soil and Foundation (1983), 23(1), p.p 107-113.
5. Cecilia Iacono, Lambertus J. Sluys & Jan G.M. van Mier, Inverse Procedure for Parameters Identification of continuum damage models. Inverse Problems, Design and Optimization Symposium, Rio de Janeiro, Brazil (2004).
6. W. M. G. Courage, P. J. G Schreurs and J. D. Janssen, Estimation of mechanical parameter values of composites with the use of finite element and system identification techniques. Computer & Structures (1990) Vol. 34, No. 2, pp. 231-237.
7. A.Murakami, Takashi Hasegawa, Inverse problem approach based on the Kalman Filtering and its applications, Inverse Problems in Engineering Mechanics (1992), Springer-Verlag.
8. Masataka Tanaka, Applications of the boundary element method to some inverse problems in engineering mechanics, Inverse problems in engineering: Theory and Practice, 3<sup>rd</sup> Int. Conference on inverse problems in Engineering, June 13-18, USA (1999).
9. A. Utani & N.Tosaka, Identification analysis of distributed-Parameter Systems by using Kalman filter – boundary element method. Inverse Problems in Engineering Mechanics (1992), Springer-Verlag.
10. Nguyễn Tiến Khiêm và các tác giả, Chẩn đoán kỹ thuật công trình áp dụng trong việc đánh giá hiện trạng các công trình DKI, Tuyển tập công trình Hội nghị cơ học toàn quốc lần VII, Hà Nội 18-20/12 (2002).
11. Dương Khuê Anh, Vũ Mạnh Lăng, Chẩn đoán kỹ thuật Cầu bê tông cốt thép theo phương pháp Thống kê. Hội nghị khoa học toàn quốc lần II về sự cố và hỏng công trình xây dựng, Hà nội (2003).
12. Greg Welch and Gary Bishop, An Introduction to the Kalman Filter (2004).  
Website:<http://www.cs.unc.edu/~welch>.