

## I-O-1.11

### VỀ MỘT PHƯƠNG TRÌNH SÓNG PHI TUYẾN VỚI ĐIỀU KIỆN BIÊN CHỨA TÍCH CHẬP: KHAİ TRIỂN TIỆM CẬN CỬA NGHIỆM THEO BỐN THAM SỐ BÉ

Phạm Thanh Sơn<sup>(1)</sup>, Hồ Quang Đức<sup>(2)</sup>, Trần Minh Thuyết<sup>(1)</sup>

(1) Khoa Tin học Quản lý, Trường Đại học Kinh tế TP. HCM.

(2) Trường THPT Vĩnh Kim, Châu Thành, Tiền Giang.

#### Tóm tắt

Xét bài toán giá trị biên ban đầu cho phương trình sóng phi tuyến

$$\begin{cases} u_t - \mu(t)u_{xx} + K|u|^{p-2}u + \lambda|u_t|^{q-2}u_t = F(x,t), & 0 < x < 1, 0 < t < T, \\ \mu(t)u_x(0,t) = K_0u(0,t) + \int_0^t k(t-s)u(0,s)ds + g(t), \\ -\mu(t)u_x(1,t) = K_1u(1,t) + \lambda_1|u_t(1,t)|^{q-2}u_t(1,t), \\ u(x,0) = \tilde{u}_0(x), u_t(x,0) = \tilde{u}_1(x), \end{cases}$$

trong đó  $p, q, \alpha \geq 2$ ;  $K_0, K_1, K \geq 0$ ;  $\lambda, \lambda_1 > 0$  là các hằng số dương cho trước, và  $\mu, F, g, k, \tilde{u}_0, \tilde{u}_1$  là các hàm số cho trước. Đầu tiên, sự tồn tại và duy nhất nghiệm yếu được chứng minh dựa vào phương pháp Galerkin. Sau đó, với  $p = q = \alpha = 2, \tilde{u}_0 = \tilde{u}_1 = 0$ , chúng tôi thu được một khai triển tiệm cận nghiệm của bài toán đến cấp  $N$  theo bốn tham số bé  $K, K_0, \lambda, \lambda_1$  với sai số  $\left(\sqrt{K^2 + K_0^2 + \lambda^2 + \lambda_1^2}\right)^{N+\frac{1}{2}}$ . Kết quả này là một tổng hoá tương đối trong [1].

### ON A NONLINEAR WAVE EQUATION WITH THE BOUNDARY CONDITIONS INVOLVING CONVOLUTION: ASYMPTOTIC EXPANSION OF SOLUTIONS IN FOUR SMALL PARAMETERS

#### Abstract

Consider the initial-boundary value problem for the nonlinear wave equation

$$\begin{cases} u_t - \mu(t)u_{xx} + K|u|^{p-2}u + \lambda|u_t|^{q-2}u_t = F(x,t), & 0 < x < 1, 0 < t < T, \\ \mu(t)u_x(0,t) = K_0u(0,t) + \int_0^t k(t-s)u(0,s)ds + g(t), \\ -\mu(t)u_x(1,t) = K_1u(1,t) + \lambda_1|u_t(1,t)|^{q-2}u_t(1,t), \\ u(x,0) = \tilde{u}_0(x), u_t(x,0) = \tilde{u}_1(x), \end{cases}$$

where  $p, q, \alpha \geq 2$ ;  $K_0, K_1, K \geq 0$ ;  $\lambda, \lambda_1 > 0$  are given constants and  $\mu, F, g, k, \tilde{u}_0, \tilde{u}_1$  are given functions. First, the existence and uniqueness of a weak solution are proved by using the Galerkin method. Next, with  $p = q = \alpha = 2, \tilde{u}_0 = \tilde{u}_1 = 0$ , we obtain an asymptotic expansion of the solution  $u$  of problem up to order

$N$  in four small parameters  $K, K_0, \lambda, \lambda_1$  with error  $\left(\sqrt{K^2 + K_0^2 + \lambda^2 + \lambda_1^2}\right)^{N+\frac{1}{2}}$ . This result is a relative generalization of [1].

#### Reference

[1] L. T. P. Ngoc, T. M. Thuyet, P. T. Son, N. T. Long, *On a nonlinear wave equation with a nonlocal boundary condition*, Acta Math. Vietnamica, **36** (2) (2011) 345 – 374.

Email liên hệ: [thanhsonpham27@gmail.com](mailto:thanhsonpham27@gmail.com)