

I-O-1.6

SỰ TỒN TẠI TOÀN CỤC VÀ ĐÁNH GIÁ TẮT DẦN CHO MỘT PHƯƠNG TRÌNH SÓNG PHI TUYẾN VỚI BIÊN TÁN XẠ

Trần Minh Thuyết⁽¹⁾, Đỗ Huy Hoàng⁽²⁾, Lê Duy Hiền⁽³⁾

(1, 2) Khoa Tin học Quản lý, Đại học Kinh tế TP. HCM.

(3) Khoa Tự nhiên, Đại học Thủ Dầu Một.

Tóm tắt

Trong báo cáo này, chúng tôi xét phương trình sóng phi tuyến với biên tán xạ sau đây

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + u_t + |u|^{p-2} u = K |u|^{q-2} u + f(x, t), & 0 < x < 1, t > 0, \\ u_x(0, t) = u(0, t) + u_t(0, t) + g_0(t), \\ -u_x(1, t) = u(1, t) + u_t(1, t) + g_1(t), \\ u(x, 0) = \tilde{u}_0(x), \quad u_t(x, 0) = \tilde{u}_1(x), \end{cases}$$

trong đó $p > q \geq 2$, $K > 0$ là các hằng số dương cho trước, và $f, g_0, g_1, \tilde{u}_0, \tilde{u}_1$ là các hàm số cho trước. Đầu tiên, dựa vào phương pháp Faedo-Galerkin và lý luận chuẩn về tính trừ mật tương ứng với tính trơn của các điều kiện đầu, chúng tôi thiết lập hai định lý tồn tại toàn cục của các nghiệm yếu. Tiếp theo, với $p \geq q = 2$, tính tắt dần theo hàm mũ của nghiệm yếu nhờ vào việc xây dựng một phiếm hàm Lyapunov thích hợp.

GLOBAL EXISTENCE AND DECAY ESTIMATES FOR A NONLINEAR WAVE EQUATION WITH BOUNDARY DISSIPATION

Abstract

In this report, we consider the following nonlinear wave equation with boundary dissipation

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + u_t + |u|^{p-2} u = K |u|^{q-2} u + f(x, t), & 0 < x < 1, t > 0, \\ u_x(0, t) = u(0, t) + u_t(0, t) + g_0(t), \\ -u_x(1, t) = u(1, t) + u_t(1, t) + g_1(t), \\ u(x, 0) = \tilde{u}_0(x), \quad u_t(x, 0) = \tilde{u}_1(x), \end{cases}$$

where $p > q \geq 2$, $K > 0$ are given constants and $f, g_0, g_1, \tilde{u}_0, \tilde{u}_1$ are given functions. First, based on Faedo - Galerkin method and standard arguments of density corresponding to the regularity of initial conditions, we establish two global existence theorems of weak solutions. Next, with $p \geq q = 2$, the exponential decay property of the global solution via the construction of a suitable Lyapunov functional is presented.