I-O-1.4

BÀI TOÁN DIRICHLET CHO MỘT PHƯƠNG TRÌNH KIỂU KIRCHHOFF: XẤP XỈ TUYẾN TÍNH VÀ KHAI TRIỂN TIỆM CẬN CỦA NGHIỆM THEO NHIỀU THAM SỐ BÉ

***Nguyễn Anh Triết*[1] , *Lê Thị Phương Ngọc*[2]**

[1]Khoa Cơ Bản, Đại học Kiến trúc Tp.HCM

[2]Trường CĐ Sư phạm Nha Trang

Tóm tắt

Trong báo cáo nầy, chúng tôi xét phương trình sóng phi tuyến

$$\begin{cases} u_{tt} - \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(u+\varphi, \|u_x+\psi\|^2\right)u_x\right] \\ \qquad\qquad = f(x,t,u,u_x,u_t,\|u_x+\psi\|^2),\ 0<x<1,\ 0<t<T, \\ u(0,t) = u(1,t) = 0, \\ u(x,0) = \tilde{u}_0(x),\ u_t(x,0) = \tilde{u}_1(x), \end{cases} \tag{1}$$

trong đó $\mu,\ \tilde{u}_0,\ \tilde{u}_1,\ f,\ \varphi,\ \psi$ là các hàm số cho trước và $\|u_x(t)+\psi(t)\|^2 = \int_0^2 |u_x(x,t)+\psi(x,t)|^2 dx.$ Trước hết, tổ hợp các phương pháp tuyến tính hóa số hạng phi tuyến, phương pháp Faedo – Galerkin và phương pháp compact yếu, chúng tôi thu được sự tồn tại và duy nhất một nghiệm yếu của bài toán (1). Trong trường hợp $\varphi,\ \psi \in C^3([0,1]\times\mathbb{R}_+)$, $\mu \in C^{N+2}(\mathbb{R}\times\mathbb{R}_+)$, $\mu(y,z) \geq \mu_0 > 0$, với mọi $(y,z)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}_+$, và $f \in C^{N+1}([0,1]\times\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}_+)$, $f_i \in C^N([0,1]\times\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}_+)$, $(i=1,2,...,p)$, một nghiệm yếu $u_{\varepsilon_1,\varepsilon_2,...,\varepsilon_p}(x,t)$ có một khai triển tiệm cận cấp N+1 theo p tham số bé $\varepsilon_1,\varepsilon_2,...,\varepsilon_p$ được thiết lập cho phương trình dưới đây liên kết với $(1)_{2,3}$:

$$u_{tt} - \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(u+\varphi, \|u_x+\psi\|^2\right)u_x\right] = f(x,t,u,u_x,u_t,\|u_x+\psi\|^2) + \sum_{i=1}^{p} \varepsilon_i f_i(x,t,u,u_x,u_t,\|u_x+\psi\|^2). \tag{2}$$

ON A DIRICHLET PROBLEM FOR A EQUATION OF KIRCHHOFF TYPE: LINEAR APPROXIMATION AND ASYMPTOTIC EXPANSION OF SOLUTIONS IN MANY SMALL PARAMETERS

Nguyễn Anh Triết [1], ***Lê Thị Phương Ngọc*** [2]
[1]Faculty of Fundamental Sciences, University of Architecture HCMC
[2]Nhatrang College of Pedagogy

Abstract

In this report, we consider the following nonlinear Kirchhoff wave equation

$$\begin{cases} u_{tt} - \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(u+\varphi, \|u_x+\psi\|^2\right) u_x \right] \\ \qquad\qquad = f(x,t,u,u_x,u_t,\|u_x+\psi\|^2),\ 0<x<1,\ 0<t<T, \\ u(0,t)=u(1,t)=0, \\ u(x,0)=\tilde{u}_0(x),\ u_t(x,0)=\tilde{u}_1(x), \end{cases} \tag{1}$$

where $\mu, \tilde{u}_0, \tilde{u}_1, f, \varphi, \psi$ are given functions and $\|u_x(t)+\psi(t)\|^2 = \int_0^2 |u_x(x,t)+\psi(x,t)|^2 dx.$ First, combining the linearization method for nonlinear term, the Faedo – Galerkin method and the weak compact method, a unique weak solution of the problem (1) is obtained. In the case of $\varphi, \psi \in C^3([0,1]\times\mathbb{R}_+)$, $\mu \in C^{N+2}(\mathbb{R}\times\mathbb{R}_+)$, $\mu(y,z) \ge \mu_0 > 0$, for all $(y,z)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}_+$, and $f \in C^{N+1}([0,1]\times\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}_+)$, $f_i \in C^N([0,1]\times\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}_+)$, $(i=1,2,\ldots,p)$, a weak solution $u_{\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_p}(x,t)$ having an asymptotic expansion of order N+1 in p small parameters $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_p$ is established for the following equation associated to $(1)_{2,3}$:

$$\begin{aligned} u_{tt} - \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(u+\varphi, \|u_x+\psi\|^2\right) u_x \right] &= f(x,t,u,u_x,u_t,\|u_x+\psi\|^2) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{p} \varepsilon_i f_i(x,t,u,u_x,u_t,\|u_x+\psi\|^2). \end{aligned} \tag{2}$$