I-O-1.3

# VỀ MỘT PHƯƠNG TRÌNH SÓNG TUYẾN TÍNH LIÊN KẾT VỚI MỘT BÀI TOÁN CAUCHY CHO PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THƯỜNG

***Phạm Thanh Sơn, Trần Minh Thuyết***
Trường ĐH Kinh tế Tp.HCM

**Tóm tắt**

Báo cáo đề cập đến bài toán giá trị biên ban đầu cho phương trình sóng tuyến tính

$$\begin{cases} u_{tt} - \mu(t)u_{xx} + Ku + \lambda u_t = f(x,t),\ 0 < x < 1,\ 0 < t < T, \\ \mu(t)u_x(0,t) = Y(t), \\ -\mu(t)u_x(1,t) = K_1 u(1,t) + \lambda_1 |u_t(1,t)|^{\alpha-2} u_t(1,t), \\ u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x), \end{cases} \tag{1}$$

trong đó $K,\ K_1,\ \lambda,\ \lambda_1,\ \alpha$ là các hằng số dương cho trước, các hàm số $\mu,\ f,\ u_0,\ u_1$ cho trước; ẩn hàm $u(x,t)$ và giá trị biên chưa biết $Y(t)$ thoả một bài toán Cauchy cho phương trình vi phân thường sau

$$\begin{cases} Y''(t) + pY'(t) + qY(t) = \beta u_{tt}(0,t),\ 0 < t < T, \\ Y(0) = Y_0,\ Y'(0) = Y_1, \end{cases} \tag{2}$$

trong đó $p,\ q,\ \beta,\ Y_0,\ Y_1$ là các hằng số cho trước, với $p^2 - 4q < 0$. Đầu tiên, sự tồn tại và duy nhất nghiệm yếu được chứng minh dựa vào phương pháp Faedo – Galerkin. Sau đó, với $\alpha = 2,$ chúng tôi thu được một khai triển tiệm cận nghiệm $(u,Y)$ của bài toán (1), (2) đến cấp N theo bốn tham số bé $K,\ \lambda,\ K_1,\ \lambda_1$ với sai số $\left(\sqrt{K^2 + \lambda^2 + K_1^2 + \lambda_1^2}\right)^{N+\frac{1}{2}}$.

# ON A LINEAR WAVE EQUATION ASSOCIATED WITH A CAUCHY PROBLEM FOR AN ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION

***Pham Thanh Son , Tran Minh Tuyet***
Faculty of Mathematics, University of Economics HCMC

**Abstract**

The report deals with the initial-boundary value problem for the linear wave equation

$$\begin{cases} u_{tt} - \mu(t)u_{xx} + Ku + \lambda u_t = f(x,t),\ 0 < x < 1,\ 0 < t < T, \\ \mu(t)u_x(0,t) = Y(t), \\ -\mu(t)u_x(1,t) = K_1 u(1,t) + \lambda_1 \left|u_t(1,t)\right|^{\alpha-2} u_t(1,t), \\ u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x), \end{cases} \tag{1}$$

where $K, K_1, \lambda, \lambda_1, \alpha$ are given constants and $\mu, f, u_0, u_1$ are given functions, the unknown function $u(x,t)$ and the unknown boundary value $Y(t)$ satisfy the following Cauchy problem for an ordinary differential equation

$$\begin{cases} Y''(t) + pY'(t) + qY(t) = \beta u_{tt}(0,t),\ 0 < t < T, \\ Y(0) = Y_0,\ Y'(0) = Y_1, \end{cases} \tag{2}$$

where $p, q, \beta, Y_0, Y_1$ are given constants, with $p^2 - 4q < 0$. At first, existence and uniqueness of a weak solution are proved by using the Faedo – Galerkin method. Next, with $\alpha = 2,$ we obtain an asymptotic expansion of the solution $(u,Y)$ of the problem (1), (2) up to order N in four small parameters $K, \lambda, K_1, \lambda_1$ with error $\left(\sqrt{K^2 + \lambda^2 + K_1^2 + \lambda_1^2}\right)^{N+\frac{1}{2}}$.