I-O-1.1

VỀ PHƯƠNG TRÌNH SÓNG PHI TUYẾN VỚI ĐIỀU KIỆN BIÊN HỖN HỢP KHÔNG THUẦN NHẤT: KHAI TRIỂN TIỆM CẬN CỦA NGHIỆM THEO HAI THAM SỐ BÉ

Lê Khánh Luận, Trần Minh Thuyết
Trường ĐH Kinh tế Tp.HCM

Tóm tắt

Trong báo cáo nầy, chúng tôi xét phương trình sóng phi tuyến

$$\begin{cases} u_{tt} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu(u)u_x\right) = f(x,t,u,u_x,u_t),\ 0 < x < 1,\ 0 < t < T, \\ u_x(0,t) = g(t),\ u(1,t) = 0, \\ u(x,0) = \tilde{u}_0(x),\ u_t(x,0) = \tilde{u}_1(x), \end{cases} \tag{1}$$

trong đó $\tilde{u}_0,\ \tilde{u}_1,\ \mu,\ f,\ g$ là các hàm số cho trước. Chúng tôi liên kết bài toán (1) một thuật giải qui nạp tuyến tính mà sự tồn tại và duy nhất một nghiệm yếu địa phương được chứng minh dựa vào phương pháp Faedo - Galerkin và phương pháp compact. Trong trường hợp $\mu \in C^{N+2}(\mathbb{R}),\ \ \mu_1 \in C^{N+1}(\mathbb{R}),\ \ \mu(z) \geq \mu_0 > 0,\ \ \mu_1(z) \geq 0,$ với mọi $z \in \mathbb{R}$, và $g \in C^3(\mathbb{R}_+)$, $f, f_1 \in C^{N+1}([0,1] \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^3)$, một nghiệm yếu $u_{\varepsilon_1,\varepsilon_2}(x,t)$ có một khai triển tiệm cận cấp N+1 theo hai tham số bé $\varepsilon_1,\ \varepsilon_2$ được thiết lập cho phương trình dưới đây liên kết với $(1)_{2,3}$:

$$u_{tt} - \frac{\partial}{\partial x}\left([\mu(u) + \varepsilon_1\mu_1(u)]u_x\right) = f(x,t,u,u_x,u_t) + \varepsilon_2 f_1(x,t,u,u_x,u_t).$$

Kết quả nầy là một tổng hoá tương đối trong [1]

Tài liệu

[1] Le Thi Phuong Ngoc, Le Khanh Luan, Tran Minh Thuyet, Nguyen Thanh Long, *On the nonlinear wave equation with the mixed nonhomogeneous conditions: Linear approximation and asymptotic expansion of solutions*, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications, Series A: Theory and Methods, **71** (11) (2009) 5799 – 5819.
[http://dx.doi.org/10.1016/j.na.2009.05.004]

ON THE NONLINEAR WAVE EQUATION WITH THE MIXED NONHOMOGENEOUS CONDITIONS: ASYMPTOTIC EXPANSION OF SOLUTION IN TWO SMALL PARAMETERS

Le Khanh Luan, Tran Minh Thuyet
Faculty of Mathematics, University of Economics HCMC

Abstract

In this report, we consider the following nonlinear wave equation

$$\begin{cases} u_{tt} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu(u)u_x\right) = f(x,t,u,u_x,u_t),\ 0 < x < 1,\ 0 < t < T, \\ u_x(0,t) = g(t),\ u(1,t) = 0, \\ u(x,0) = \tilde{u}_0(x),\ u_t(x,0) = \tilde{u}_1(x), \end{cases} \qquad (1)$$

where $\tilde{u}_0$, $\tilde{u}_1$, μ, f, g are given functions. To the problem (1), we associate a linear recursive scheme for which the existence of a local and unique weak solution is proved by applying the Faedo - Galerkin method and the weak compact method. In the case of $\mu \in C^{N+2}(\mathbb{R})$, $\mu_1 \in C^{N+1}(\mathbb{R})$, $\mu(z) \geq \mu_0 > 0$, $\mu_1(z) \geq 0$, *for all* $z \in \mathbb{R}$, *and* $g \in C^3(\mathbb{R}_+)$, $f, f_1 \in C^{N+1}([0,1] \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^3)$, a weak solution $u_{\varepsilon_1,\varepsilon_2}(x,t)$ having an asymptotic expansion of order N+1 in two small parameters $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ is established for the following equation associated to $(1)_{2,3}$

$$u_{tt} - \frac{\partial}{\partial x}\left([\mu(u) + \varepsilon_1\mu_1(u)]u_x\right) = f(x,t,u,u_x,u_t) + \varepsilon_2 f_1(x,t,u,u_x,u_t).$$

This result is a relative generalization of [1]

Reference

[1] Le Thi Phuong Ngoc, Le Khanh Luan, Tran Minh Thuyet, Nguyen Thanh Long, *On the nonlinear wave equation with the mixed nonhomogeneous conditions: Linear approximation and asymptotic expansion of solutions*, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications, Series A: Theory and Methods, **71** (11) (2009) 5799 – 5819.
[http://dx.doi.org/10.1016/j.na.2009.05.004]