

VỀ CÁC NHÓM CON TỐI ĐẠI TRONG VÀNH CHIA

Bùi Xuân Hải, Lê Khắc Huỳnh

Khoa Toán-Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên – ĐHQG tp.HCM

Tóm tắt:

Trong công trình này chúng tôi nghiên cứu 3 giả thuyết nêu ra trong [1] về các nhóm con tối đại trong vành chia.

Giả thuyết 1. Cho D là vành chia với tâm F và M là nhóm con tối đại của D^* . Khi đó ta có $Z(M) = M \cap F$, với $Z(M)$ là tâm của M .

Giả thuyết 2. Cho D là vành chia và M là nhóm con tối đại lũy linh của D^* . Khi đó D giao hoán.

Giả thuyết 3. Cho D là vành chia và M là nhóm con tối đại giải được của D^* . Khi đó D giao hoán.

Chúng tôi đã đưa ra một khẳng định tương đương với Giả thuyết 1 trong trường hợp tâm F của D vô hạn. Sử dụng điều này chúng tôi đã chứng minh được rằng những điều khẳng định trong các giả thuyết 1 và 2 là đúng đối với vành chia các quaternions có đặc trưng khác 2. Chúng tôi cũng đã thiết lập một điều kiện cần và đủ để một vành chia trở thành vành chia các quaternions.

Trong [2] M. Mahdavi-Hezavehi đã xây dựng một nhóm con tối đại giải được $M_H := C^* \cup C_j^*$ của nhóm nhân H^* của vành chia H các quaternions thực, và như vậy ông đã đưa ra câu trả lời phủ định cho Giả thuyết 3. Ở đây, chúng tôi chứng minh thêm rằng, mọi nhóm con tối đại giải được của H^* đều liên hợp với M_H trong H^* .

Tài liệu dẫn

- [1] S. Akbari, M. Mahdavi-Hezavehi, M.G. Mahmudi. Maximal subgroups of $GL_1(D)$. J. of Algebra 217(1999), 422-433.
- [2] M. Mahdavi-Hezavehi. Free subgroups in maximal subgroups of $GL_1(D)$. J. of Algebra 241, No.2(2001), 720-730

ON MAXIMAL SUBGROUPS IN DIVISION RINGS

Bui Xuan Hai, Le Khac Huynh

Department of Mathematics-Informatics, University of Natural Sciences - VNU.HCM

Abstract

In this work, we study the following three conjectures, rised in [1] on maximal subgroups in division rings.

Conjecture 1. Let D be a division ring with the center F and M be a maximal subgroup of D^* . Then we have $Z(M)=M \cap F$, where $Z(M)$ is the center of M .

Conjecture 2. Let D be a division ring and M be a nilpotent maximal subgroup of D^* . Then D is commutative.

Conjecture 3. Let D be a division ring and M be a solvable maximal subgroup of D^* . Then D is commutative.

Some statement which is equivalent to Conjecture 1 in the case of infinite center F of D is established. Using this fact, we prove that for a division ring of quaternions of characteristic different from 2 the conjectures 1 and 2 have the positive ansewrs. Some necessary and sufficient condition for a division ring to be a division ring of quaternions is also given.

In [2] M. Mahdavi-Hezavehi constructed the solvable maximal subgroup $M_H:=C^* \cup C_j^*$ of the multiplicative group H^* of the division ring H of real quaternions, so he gave the negative answer to Conjectures 3. Here, we prove that every solvable maximal subgroup of H^* is conjugated with M_H in H^* .

References

- [1] S. Akbari, M. Mahdavi-Hezavehi, M.G. Mahmudi, Maximal subgroups of $GL_1(D)$, J. of Algebra 217(1999), 422-433.
- [2] M. Mahdavi-Hezavehi. Free subgroups in maximal subgroups of $GL_1(D)$. J.of Algebra 241, No.2(2001), 720-730