VỀ PHƯƠNG TRÌNH SÓNG PHI TUYẾN CHỨA TOÁN TỬ KIRCHOFF-CARRIER LIÊN KẾT VỚI ĐIỀU KIỆN BIÊN HỖN HỢP THUẦN NHẤT

Nguyễn Thành Long
Khoa Toán-Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự Nhiên - ĐHQG tp.HCM

Tóm tắt:

Trong bài nầy chúng tôi xét phương trình sóng phi tuyến có toán tử Kirchoff-Carrier

$u_{tt} - B(t, \|u_x\|^2) u_{xx} = f(x,t,u,u_x,u_t)$, $x \in \Omega = (0,1),\ 0 < t < T,$ (1)

$u_x(0,t) - h_0 u(0,t) = 0,\ u_x(1,t) + h_1 u(1,t) = 0,$ (2)

$u(x,0) = \tilde{u}_0(x), \quad u_t(x,0) = \tilde{u}_1(x),$ (3)

trong đó h_0, h_1 là các hằng số không âm cho trước và $B,\ f,\ \tilde{u}_0,\ \tilde{u}_1$ là các hàm cho trước.

Trong phương trình (1) hệ số $B(t, \|u_x\|^2)$ phụ thuộc vào tích phân $\|u_x\|^2 = \int_0^1 |u_x(x,t)|^2 dx.$ Trong bài nầy chúng tôi liên hệ bài toán (1)-(3) một dãy qui nạp tuyến tính mà sự tồn tại duy nhất một nghiệm địa phương được chứng minh bằng lý luận compact. Trong trường hợp $B \in C^2(IR_+^2),\ B \geq b_0 > 0,\ B_1 \in C^1(IR_+^2),\ B_1 \geq 0,\ f \in C^2(\overline{\Omega} \times [0,\infty) \times R^3)$, và $f_1 \in C^1(\overline{\Omega} \times [0,\infty) \times R^3)$, chúng tôi thu được từ phương trình bị nhiễu $u_{tt} - (B(t, \|u_x\|^2) + \varepsilon B_1(t, \|u_x\|^2)) u_{xx} = f(x,t,u,u_x,u_t) + \varepsilon f_1(x,t,u,u_x,u_t)$ liên kết với (2), (3) một nghiệm yếu $u_\varepsilon(x,t)$ có một khai triển tiệm cận cấp 2 theo ε, với ε đủ nhỏ.

ON THE NONLINEAR WAVE EQUATION INVOLVING THE KIRCHOFF-CARRIER OPERATOR ASSOCIATED WITH THE MIXED HOMOGENEOUS CONDITIONS

Nguyen Thanh Long
Department of Mathematics-Informatics, University of Natural Sciences - VNU.HCM

<u>Abstract:</u>

In this paper we consider the following nonlinear wave equation

$u_{tt} - B(t, \|u_x\|^2)\, u_{xx} = f(x,t,u,u_x,u_t)$, $x \in \Omega = (0,1),\ 0 < t < T,$ (1)

$u_x(0,t) - h_0 u(0,t) = 0,\ u_x(1,t) + h_1 u(1,t) = 0,$ (2)

$u(x,0) = \tilde{u}_0(x)$, $u_t(x,0) = \tilde{u}_1(x)$, (3)

where h_0, h_1 are given nonnegative constants and $B, f, \tilde{u}_0, \tilde{u}_1$ are given functions. In Eq.(1) the coefficient $B(t, \|u_x\|^2)$ containing an integral $\|u_x\|^2 = \int_0^1 |u_x(x,t)|^2 dx$. In this paper we associate with problem (1)-(3) a linear recursive scheme for which the existence of a local and unique solution is proved by using standard compactness argument. In case of $B \in C^2(IR_+^2),\ B \geq b_0 > 0,\ B_1 \in C^1(IR_+^2),\ B_1 \geq 0,\ f \in C^2(\overline{\Omega} \times [0,\infty) \times R^3)$ and $f_1 \in C^1(\overline{\Omega} \times [0,\infty) \times R^3)$ we obtain from the following equation

$u_{tt} - (B(t, \|u_x\|^2) + \varepsilon B_1(t, \|u_x\|^2))\, u_{xx} = f(x,t,u,u_x,u_t) + \varepsilon f_1(x,t,u,u_x,u_t)$

associated to (2), (3) a weak solution $u_\varepsilon(x,t)$ having an asymptotic expansion of order 2 in ε, for ε sufficiently small.