PHƯƠNG TRÌNH SÓNG Á TUYẾN TÍNH LIÊN KẾT VỚI MỘT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN PHI TUYẾN

Trần Minh Thuyết, Nguyễn Thành Long*
Trường Đại học Kinh Tế TP. HCM
Khoa Toán-Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự Nhiên - ĐHQG tp.HCM

Tóm tắt

Bài báo đề cập đến bài toán giá trị biên và điều kiện đầu cho phương trình sóng á tuyến tuyến

$$u_{tt} - u_{xx} + f(u, u_t) = 0, \quad x \in \Omega = (0,1),\ 0 < t < T,$$
$$u_x(0,t) = P(t),\ u(1,t) = 0,$$
$$u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x),$$

trong đó u_0, u_1, f là các hàm cho trước, ẩn hàm $u(x,t)$ và giá trị biên chưa biết $P(t)$ thoả một phương trình tích phân phi tuyến

$$P(t) = g(t) + H(u(0,t)) - \int_0^t k(t-s)u(0,s)ds,$$

trong đó g, H, k là các hàm cho trước. Chúng tôi chứng minh sự tồn tại, duy nhất và tính ổn định của nghiệm (u, P). Trong chứng minh, phương pháp Galerkin được sử dụng.

A SEMILINEAR WAVE EQUATION ASSOCIATED WITH A NONLINEAR INTEGRAL EQUATION

Trần Minh Thuyết, Nguyễn Thành Long*
University of Economics of HoChiMinh City
* Department of Mathematics-Informatics, University of Natural Sciences - VNU.HCM

Abstract:

The paper deals with the initial-boundary value problem for the semilinear wave equation

$$u_{tt} - u_{xx} + f(u, u_t) = 0, \quad x \in \Omega = (0,1),\ 0 < t < T,$$
$$u_x(0,t) = P(t),\ u(1,t) = 0,$$
$$u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x),$$

where u_0, u_1, f are given functions, the unknown function $u(x,t)$ and the unknown boundary value $P(t)$ satisfy the following nonlinear integral equation

$$P(t) = g(t) + H(u(0,t)) - \int_0^t k(t-s)u(0,s)ds,$$

where g, H, k are given functions. We prove the existence and uniqueness of weak solutions to the problem, and discuss the stability of the solution (u, P). In the proof, the Galerkin method is used.